# TP Séries Chronologiques $n^0$ 5 : Estimation du saisonnier et introduction aux processus ARMA

L'objectif de ce TP est d'estimer un saisonnier, puis de simuler des processus ARMA et d'identifier leurs paramètres.

## Estimation du saisonnier

| | |
|---|---|
| Splus -e | Lancer Splus (avec l'option éditeur de ligne) |
| help.start() | Ouvre la fenêtre d'aide. |
| motif() | Ouverture d'une fenêtre graphique. |
| | ———————————————— |
| | Première estimation du saisonnier |
| | ———————————————— |
| x_hstart | On travaille sur une série chronologique "réelle" interne à Splus, qui représente le nombre de déménagements par mois à Londres. |
| tp_time(x) | On associe le vecteur *tp* constitué des temps associés à $x$. |
| tsplot(x) | Tracé de la série chronologique. |
| monthplot(x) | Moyenne par mois avec vision des évolutions suivant les années. On obtient ainsi une première évaluation du saisonnier. |
| monthplot(x,type="h") | Même chose avec une autre représentation de l'évolution. Il est à noter que malgré le nom, la commande monthplot est utilisable avec des données trimestrielles ou d'autres périodes (voir help). Remarquez la similitude des évolutions vis-à-vis de la saisonnalité. D'après vous, qu'est-ce qui explique cette similitude? |
| | ————————————————- |
| | Autres estimations du saisonnier |
| | ————————————————- |
| s_stl(x,ss.window="periodic") | Permet de récupérer le saisonnier obtenu dans monthplot. |
| names(s) | Donne les noms attachés à la commande *stl*. |
| s$sea | Affiche le saisonnier. Le tracer également. Notez que le saisonnier est bien de somme nulle. |
| s$remainder | Que représente cette série? On peut ainsi vouloir "lisser" le saisonnier pour éviter les petites fluctuations. |
| s_stl(x,ss.window="periodic",s.window=15) | Donne plus de continuité pour le saisonnier. Est-ce souhaitable de tant lisser? Essayer à nouveau en diminuant le s.window jusqu'à obtenir un résultat qui vous semble satisfaisant. Donner la valeur considérée et expliquer. |

## Exercice

A partir de la même série *hstart*, poursuivre le travail en estimant la tendance (expliciter votre choix d'estimateur), quand est retiré à la série son saisonnier. Mémoriser le résultat. Dans un deuxième temps, faire la démarche inverse, en commençant par estimer la tendance à partir de *hstart*, puis sur la série détendancialisée en estimant le saisonnier. Comparer ainsi les deux résultats obtenus. Dans un cadre plus général, par quelle estimation vaut-il mieux commencer ?

# Introduction aux processus ARMA

On note par la suite $B$ l'opérateur qui agit sur une série chronologique et tel que $BX_n = X_{n-1}$. Un processus ARMA(p,q) $X = \{X_n, n \in \mathbb{Z}\}$ se définit en général par le fait que $P(B)X = Q(B)\varepsilon$, où $P$ et $Q$ sont des polynômes de degrés $p$ et $q$, et $\varepsilon = (\varepsilon_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ est une bruit blanc. Dans la suite, on simule certains processus ARMA, puis on estime les différents paramètres l'identifiant (paramètres qui sont les coefficients des 2 polynômes $P$ et $Q$).

1. Générer les processus $P_i(B)X_n^{(i)} = Q_i(B)\varepsilon_n$, avec d'abord $P_1(X) = 1-0.6X$ et $Q_1(X) = 1$, puis $P_2(X) = 1$ et $Q_2(X) = 1-0.6X$ et enfin $P_3(X) = (1-0.5X)(1+0.4X)$, $Q_3(X) = 1-X-X^2$, en considérant $(\varepsilon_n)$ une suite de bruits blancs gaussiens de variance 1 (on simulera avec $X_n^{(i)} = 0$ pour $n \leq 0$, et $n \in \{0, 1, .., 1000\}$). Ecrire sous forme d'une récurrence chacun des processus.

2. Pour chacun des processus générés, calculer la corrélation théorique, puis la comparer avec les corrélations empiriques.

On peut aussi directement simuler un ARMA :

| | |
|---|---|
| | Simulation d'un ARMA |
| X_arima.sim(100,model=list(ar=.3,ma=-.9)) | On simule un processus ARMA. Ecrire explicitement le processus simulé. Représenter le spectre et le corrélogramme.<br>Simuler un ARMA[2,2] (choisir les coefficients).<br>Simuler avec un bruit uniforme sur $[-1, 1]$. |
| | Estimation des paramètres d'un ARMA |
| ord_list(order=c(1,0,1)) | Ordre supposé de l'ARMA dont on estime les paramèress. |
| Coeff_arima.mle(X,ord) | On estime les paramètres de l'ARMA avec un estimateur de maximum de vraisemblance approchée par Whittle (maximum likelihood estimator = MLE).<br>Pour cela, on doit donner l'ordre supposé de l'ARMA (ord).<br>La procédure a-t-elle convergé? (à vérifier à chaque fois).<br>Rappeler sommairement la démarche effectuée par le logiciel.<br>Quelle est la variance estimée du bruit blanc?<br>Faire l'estimation avec un ordre plus grand. Résultats?<br>Augmenter la taille de la trajectoire et recommencer. Conclusions? |
| Coeff$var.coef | Matrice de covariance des estimateurs des paramètres.<br>Que se passe-t-il lorsque la taille de la trajectoire augmente? |