Université Paul Sabatier
Maîtrise d'Ingénierie Mathématique

Année Universitaire 2000/2001

Module MIM07
Séries Chronologiques : TP

Devoir par binôme de 2 heures.
Les feuilles de TP, leur correction et le plan du cours sont autorisés.

1. Copier sous votre répertoire **.Data** la série chronologique *Naissances* en utilisant la commande: **cp ~bardet/.Data/Naissances Naissances**. Cette série représente le nombre de naissances (en milliers) d'un pays occidental par trimestres entre le premier trimestre 1970 et le quatrième trimestre 1999.

   Estimer les différentes composantes (tendance, saisonnalité, bruit) de cette série. On pourra notamment modéliser le bruit par un ARMA(p,q) dont on estimera l'ordre ($p \leq 2$ et $q \leq 2$) et les coefficients. En déduire une prévision du nombre total de naissances pour l'année 2002.

2. Simuler une trajectoire de longueur 120 de la série chronologique $X = (X_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ telle que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,

$$X_n = \frac{n^2}{10\sqrt{1+n^2}} + 3\sin(\frac{\pi}{6}n) + 2\cos(\frac{\pi}{6}n) + u_n, \quad \text{où}$$

   $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une série chronologique définie par $u_n = 0.8\varepsilon_{n+1} + 0.6\varepsilon_n$ avec (ε_n) un bruit blanc de loi uniforme sur $[-2, 2]$.

   Estimer la tendance et la saisonnalité de X (on indiquera la méthode et les paramètres employés, ainsi que la forme de la tendance estimée et les valeurs de la saisonnalité estimée). Vérifier que le bruit restant n'est pas blanc. Déterminer un modèle pour ce bruit et comparer avec les résultats théoriques pour (u_k). Prédire, à partir des estimations précédentes, les valeurs de X_{101} et de X_{150}. Comparer avec le prédicteur (théorique) optimal par moindres carrés de X_{101} et de X_{150} connaissant $(X_1, \cdots, X_{100})$. Comment feriez vous pour identifier empiriquement la loi de X_{101} ? Résultats ?