Université Paul Sabatier
Maîtrise d'Ingénierie Mathématique

Année Universitaire 1999/2000

Module MIM07 - Session de septembre
Séries Chronologiques

Devoir de 1 heure 30. Tout document est interdit.

On considère la la série chronologique $X = (X_k)_{k\in\mathbb{N}}$ telle que:

$$X_{k+1} = aX_k + \varepsilon_k \quad \text{pour tout } k \in \mathbb{N},$$

où $a \in]-1,1[$ et $(\varepsilon_k)_{k\in\mathbb{N}}$ est une suite de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées de loi $P(\varepsilon = 1) = p$ et $P(\varepsilon = -1) = 1 - p$ avec $p \in]0,1[$.

1. On pose $X_0 = 0$. Déterminer l'ensemble des valeurs possibles de X_1 et de X_2.
2. Montrer que X n'est pas stationnaire.
3. Quelle est la tendance de X (on pourra calculer l'espérance de X_k à partir d'une formule de récurrence)?
4. Quelle est la composante périodique de X?
5. Déterminer la valeur maximale de X_k et la probabilité d'atteinte de cette valeur, puis la borne supérieure de X.
6. On suppose connu un échantillon $(X_0(\omega), X_1(\omega), .., X_N(\omega))$ avec N grand. Déterminer un (ou plusieurs) estimateurs convergents de (a, p) en expliquant vos choix et la convergence.