TP de Modélisation Stochastique n^0 1 : Initiation à MATLAB et Loi des Grands Nombres

Premier contact avec le logiciel MATLAB : on propose ici une suite de commandes à taper sous MATLAB. On utilisera l'éditeur de ligne, qui permet d'utiliser des commandes de type `emacs` pour rappeler et éditer les lignes de commandes du langage. On rappelle que sous UNIX, les minuscules et les majuscules sont des caractères différents.

On commence par donner ici quelques commandes de emacs utiles pour éditer les lignes:

Rappel de la commande précédente (peux se répéter)	Ctrl p	(previous)
Ligne suivante	Ctrl n	(next)
Annulation de commande (en cas de problème)	Ctrl g	
Début de ligne	Ctrl a	
Fin de ligne	Ctrl e	(end)
Effacement caractère courant	Ctrl d	(delete)
Effacement fin de la ligne	Ctrl k	(kill)

L'objectif de ce TP est vous familiariser avec le logiciel MATLAB et sa structure, de manipuler des objets (notamment des vecteurs et matrices), des fonctions, certains outils probabilistes, et d'avoir un apperçu de ses possibilités graphiques.

Avant de commencer

matlab	Lancer MATLAB
! *ls*	Taper une commande sous Unix
quit	Quitter MATLAB

Toutes les commandes Unix sont accessibles sous MATLAB en les faisant précéder de !. Ceci évite de quitter MATLAB et de le relancer.

Quelques notions de base

matlab	Relancer matlab
helpwin	Ouvre la fenêtre d'aide

La fenêtre d'aide présente d'abord les différents champs regroupant les commandes MATLAB. Avec la souris, choisir un des champs (par ex. elmat) par un double clic. Puis, choisir de la même manière une des commandes (par ex. length). Apparaît alors la description de la commande length. Revenir dans la fenêtre où vous avez taper helpwin et taper help length: la description est ainsi directement accessible. Faire d'autres essais. Pour terminer, iconifier la fenêtre d'aide graphique.

Création et manipulation d'objets MATLAB

---

who	Liste les objets MATLAB utilisés dans la session.
$x = 3;$	La valeur 3 est affectée à x.
who	Quelque chose de nouveau ?
$y = -5;$	
$z = x + y$	Affiche le résultat de $x + y$; faire la même chose avec les autres opérations $(-, *, /, \hat{})$
$X = 1 : 50$	La variable X est maintenant le vecteur (ligne) des entiers de 1 à 50
$Y = 1 : 2 : 100;$	Le vecteur Y contient les entiers $1, 3, .., 99$.
	Noter que finir la commande par ; évite l'affichage de la variable.
Y	Qu'y-a-t-il dans y?
$Y(12)$	Donne la douzième composante de Y.
$X + x$	On peut ajouter un réel à un vecteur; faire la même chose avec $(-, *, /, \hat{})$. Problème?
$X.\hat{}x$	Permet de travailler sur chaque composante du vecteur.

$X+Y$	On peut sommer deux vecteurs de même taille; faire la même chose avec $(-, .*, ./, .\hat{})$
$Z=-1:-0.5:-10$	Définition d'un nouveau vecteur
$length(Z)$	Taille du vecteur
$X+Z$	Recommencer les opérations pécèdentes. Conclusion?
$T=[3\ 2.5\ \ -6]$	Création d'un vecteur quelconque (espace ou , entre les nombres).
$U=[T\ X]$	Fabrication d'un nouveau vecteur par juxtaposition de T et de X.
T'	Transposé du vecteur T: vecteur colonne.
$T*T', T'*T$	Multiplications matricielles de deux vecteurs.
$A=ones(3,8)$	Création d'une matrice A d'ordre $(3,8)$ ne contenant que des 1
$B=eye(8,8), C=zeros(20,3)$	Créations de B et de C
$size(C)$	Donne l'ordre de la matrice C
$B(3,2)$	Donne la composante de la 3 ième ligne et de la 8 ième colonne de B
$B=reshape(B,4,16)$	Change la taille de la matrice B. Remarquer que B a changée, sa première écriture est oubliée. **On utilisera très souvent la réaffectation d'une variable**.
$C*A$	Multiplication matricielle classique.
$D=[3,4,-2;1,-1.5,6]$	Création "à la main" d'une matrice.
$D(1:2,3)$	Donne la troisième colonne de D.
who	Noter que ans est la dernière réponse non affectée à une variable.

Premiers exercices

1. Construire un vecteur $V=(2,4,6,\cdots,20)$ et un vecteur W de longueur 10 ne contenant que des -1.
   Effectuer le produit scalaire de V et W.
   Construire une matrice M de dimension 10×2 à partir de ces 2 vecteurs.
   Construire une nouvelle matrice H en remplaçant les 2 premières lignes de M par des 0.
   Calculer $M+2$, $2\times M$, $M\times 2$, $M/5$, $M+H$.
   Supprimer les lignes 4 et 5 de M.
   Inverser l'ordre des lignes de M.
   Mettre les composantes de la première ligne dans un ordre croissant (help..)

2. Construire une matrice M de taille 3×3 **quelconque, inversible**. Calculer son rang et son déterminant (help..)
   Calculer son inverse H (help..). Calculer $H\times M$ et $M\times H$. Calculer le déterminant de H.
   Calculer les valeurs propres de M (help..). Construire une matrice M **symétrique et inversible**. Que remarque-t-on au sujet de ses vecteurs propres ?
   Construire une matrice M de taille 3×3 non inversible. Calculer son rang et son déterminant. Déterminer une base du noyau et de l'image de M.

3. Construire une matrice M de taille 2×2 dont les valeurs propres valent 1 et 0.
   Déterminer une base du noyau et de l'image de M.
   Pour un vecteur X quelconque de $\mathbb{R}^2$, calculer MX et M^2X.
   Soit V_1 et V_2 des vecteurs du noyau et de l'image de M. Vérifier que (V_1,V_2) forment une base de $\mathbb{R}^2$.
   Calculer les coordonnées de X dans cette base.

Premiers outils stochastiques et statistiques

	Premières représentations graphiques
$X = 101:200;$	Nouveau vecteur X
$figure(1)$	On définit une première fenêtre graphique.
$plot(X)$	Trace le graphe $(i, X(i))$ en reliant les points.
$plot(X,'r.')$	Trace en rouge et en discontinu (.).
$hold$	Permet de conserver ce graphe avant de lui en rajouter d'autre.
$title('GraphedeX')$	Ecriture d'un titre.
$xlabel('i'), ylabel('X(i)')$	Légendes en abscisse et ordonnée.
$Y = rand(1,100)$	Y est un vecteur ligne comprenant 100 v.a. i.i.d. de loi uniforme sur $[0,1]$.
$Y = 100 + 100 * Y$	Y contient maintenant 100 v.a. i.i.d. de loi uniforme sur $[100, 200]$.
$plot(Y,'b*')$	Trace le graphe $(i, Y(i))$ en bleu et discontinu (*).
$figure(2)$	On ouvre une seconde fenêtre graphique.
$plot(X,Y,'y')$	Trace Y en fonction de X en jaune et relié.
clf	Efface tout de la figure active.
	Un peu de statistiques descriptives
$s = sum(X)$	Calcul la somme des composantes de X (**Très utile**).
$m = mean(Y)$	Calcul la moyenne empirique de Y.
$e = std(Y)$	Calcul l'écart-type empirique (division par $n-1$).
$f = std(Y,1)$	Calcul l'écart-type empirique (division par n).
$Z = (Y-m)/e$	Renormalisation du vecteur Y.
$mean(Z), std(Y)$	Vérification.
$hist(Y)$	Construit l'histogramme de Y. Tracer l'histogramme avec 4 classes. Créer plusieurs fois Y et tracer son histogramme. Conclusion?

Premières approches de la Loi des Grands Nombres

$clear$	Efface toutes les variables de la session.
$X = rand(1,10)$	On définit X.
$m = mean(X)$	La moyenne empirique est-elle proche de la "moyenne théorique"? Recommencer en augmentant la taille de X: 100, 1000,... Conclusion? Remarquer la vitesse de calcul quand on utilise des vecteurs...
$Y = randn(1,10)$	Cette fois-ci on génère des v.a. de loi normale centrée réduite.
$m = mean(Y)$	La moyenne empirique est-elle proche de la "moyenne théorique"? Recommencer en augmentant la taille de Y: 100, 1000,... Conclusion?
$Z = \tan(\pi * (X - 0.5))$	On génère des v.a. de loi uniforme sur $[-\pi/2, \pi/2]$ et on prend leur tan. Quelle est la loi des Z_i? Regarder l'histogramme.
$m = mean(Z)$	Que se passe-t-il cette fois-ci? (augmenter la taille de Z) Expliquer.