

# Techniques « Soft-Computing » pour l'Identification de Systèmes. Une Perspective d'Optimisation

Gonzalo Joya  
Dpto. Tecnología Electrónica  
ETSI Telecomunicación  
Universidad de Málaga  
29017 Málaga  
joya@dte.uma.es

Paris, le 28 février 2003



*Dpto. Tecnología Electrónica*  
*Universidad de Málaga*

## Plan

- Identification d 'un Système Dynamique
- Estimation Paramétrique en temps réel
  - Modèle d 'Hopfield
- Estimation paramétrique hors de temps
  - Algorithmes Génétiques
- Un cas d 'étude simulé: Epidémie VIH-SIDE à Cuba
- Résultats
- Conclusions
- Références



# Identification d'un Système Dynamique

## Un système dynamique:

- Il a un fonctionnement interne non directement observable
- Il est formulé par un système d'équations différentielles ordinaires

## Identification

- Il faut caractériser le fonctionnement du système
- Il faut trouver le modèle EDO qui décrit le système



# Identification d'un Système Dynamique

**Identification type «boîte noire»**

Il n'existe aucune  
connaissance additionnelle

**Identification type « boîte grise »**

Le modèle physique a des  
paramètres inconnus

**Estimation paramétrique**

**Identification en temps réel**

L'estimation évolue avec les  
observations du système

**Réseaux de neurones d'Hopfield**

**Identification hors temps réel**

Le modèle est évalué une fois à partir  
d'un ensemble  
d'observations historiques

**Algorithmes Génétiques**



# Estimation Paramétrique en temps réel

## Description du problème

$$y = \dot{x} = f(x, u, \theta)$$

**Système Dynamique**

$$\dot{\hat{\theta}} = g(\hat{\theta}, x, u)$$

**Règle d'adaptation des paramètres estimés**

$$\hat{\theta} - \theta$$

**Erreur d'estimation**

$$\|e\|^2 = \|y - f(x, u, \hat{\theta})\|^2$$

**Erreur de prédiction**

**Objectif de minimisation**

**Estimation Paramétrique en temps réel**  
**Estimation par gradient**

$$\dot{\hat{\theta}} = -k \frac{\partial \|e\|^2}{\partial \hat{\theta}}$$

**Estimation par gradient**

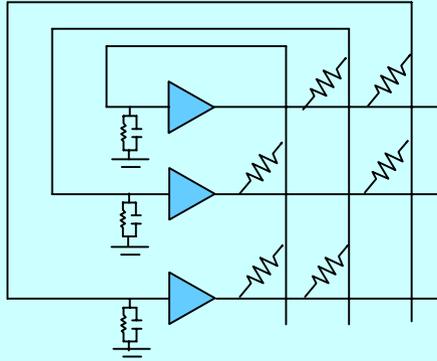
$$y = \dot{x} = A(x, u) \theta$$

**Système Linéaire de Paramètres**

**Règle d'adaptation**

$$\dot{\hat{\theta}} = -k \frac{\partial \|e\|^2}{\partial \hat{\theta}} = 2k \left( -A^T A \hat{\theta} + A^T y \right)$$

## Modèle d 'Hopfield Application à l 'Optimisation



$$\frac{du_i}{dt} = \sum_j t_{ij} s_j - I_i$$

$$s_i(t) = \tanh(u_i(t))$$

Réseaux rebouchés d 'Hopfield  
Dynamique D 'Abe

### Fonction d 'Energie

$$E(\mathbf{s}) = -\frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{W} \mathbf{s} + \mathbf{s}^T \mathbf{I}$$

$$E(\mathbf{s}) = -\frac{1}{2} \sum_j \sum_i t_{ij} s_i s_j + \sum_{ii} I_i s_i$$

### Application à l 'Optimisation

Pour optimiser  $F(\mathbf{x})$

Faire  $E \equiv F$  et  $\mathbf{s} \equiv \mathbf{x}$

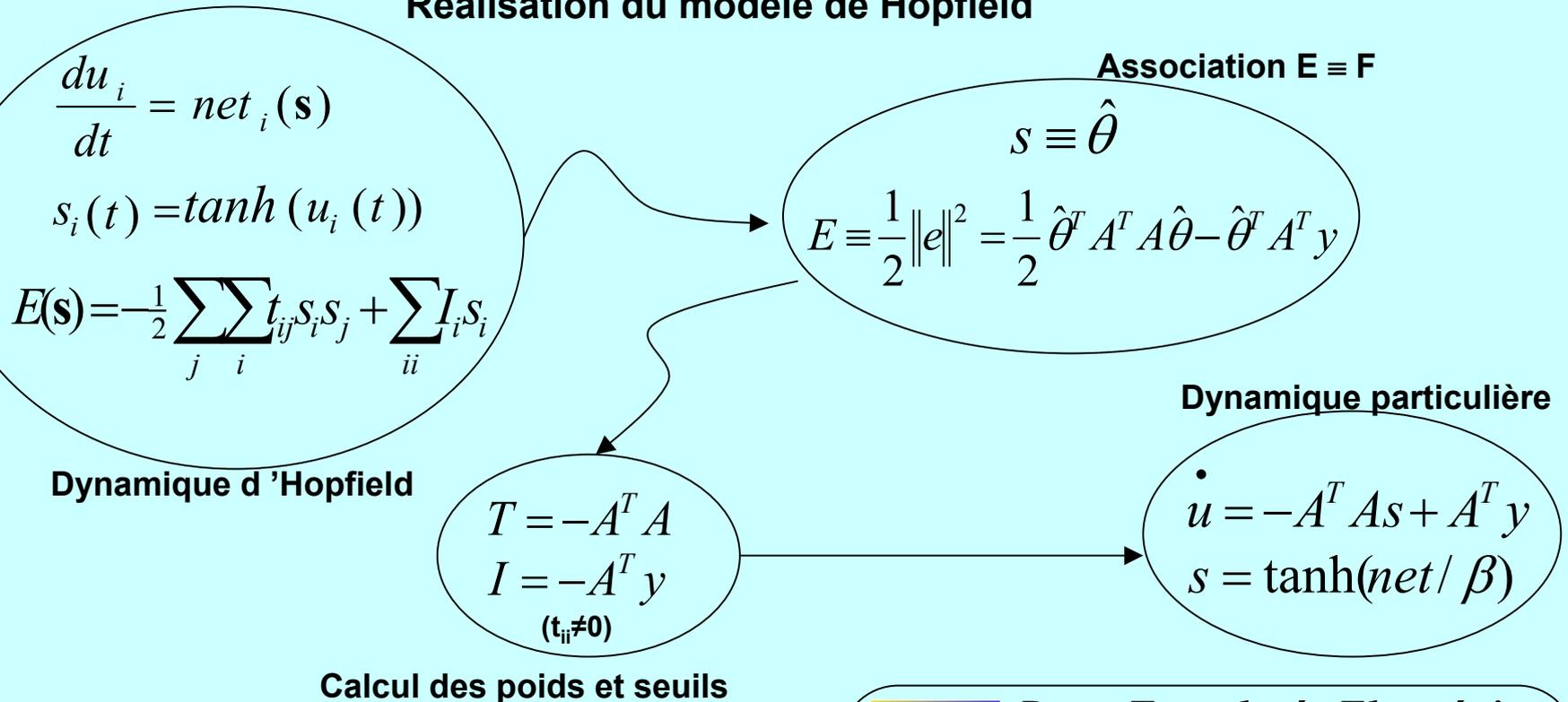
Obtenir  $\mathbf{W}$  et  $\mathbf{I}$

# Estimation Paramétrique en temps réel

## Par des Réseaux d 'Hopfield

$$F(\hat{\theta}) = 2k \left( -A^T A \hat{\theta} + A^T y \right)$$

### Réalisation du modèle de Hopfield



# Estimation Paramétrique hors temps réel

## Description du problème

Trouver les  $\theta$  qui minimisent  $J$

EDO

$$\dot{x} = f(t, x, \theta)$$

Ensemble discret d'observations

$$y^i = x(\tau_i) + \varepsilon_i$$

$$J(\theta) = \sum \frac{\|x(\tau_i) - y^i\|^2}{\sigma_i^2}$$

$$\hat{\theta} = \arg(\min J(\theta))$$

Valeurs obtenues par la  
**Méthode Linéarisation Locale**

$$\tilde{J}(\theta) = \sum \frac{\|\tilde{x}_{\tau_i} - y^i\|^2}{\sigma_i^2}$$

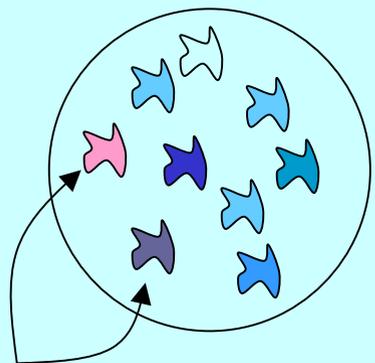
Minimisation obtenue par  
un **Algorithme Génétique**

$$\hat{\theta} = \arg(\min \tilde{J}(\theta))$$



# Estimation Paramétrique hors temps réel

## Description de l'Algorithme Génétique



Population



Vecteur des paramètres

$$\theta_i = (\theta_{i1}, \dots, \theta_{i2})$$

Fonction Objective (Fitness)

Pour chaque 

- Calculer les  $\tilde{x}_{\tau_i}$  par la méthode LL

- Obtenir son « fitness »  $\tilde{J}(\theta)$

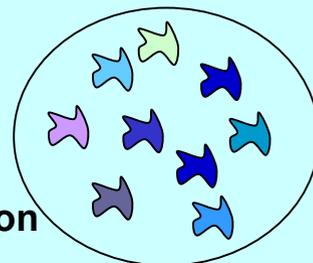
Les Individus  
ou chromosomes

Sélection par Tournoi

Croisement Linéaire

Mutation aléatoire

Nouvelle Population



# Estimation Paramétrique hors temps réel

## Description de l'Algorithme Génétique

### Quelques caractéristiques des opérateurs

#### Sélection par Tournoi

Chaque individu participe deux fois dans un tournoi par couples

Le meilleur individu aura deux répliques dans la prochaine génération

Le pire individu ne sera pas dans la prochaine génération

#### Croisement Linéaire

On peut faire une combinaison linéaire

( Les vecteurs chromosomes ont des composantes continues)

Si un individu est croisé, un de ses possibles descendants

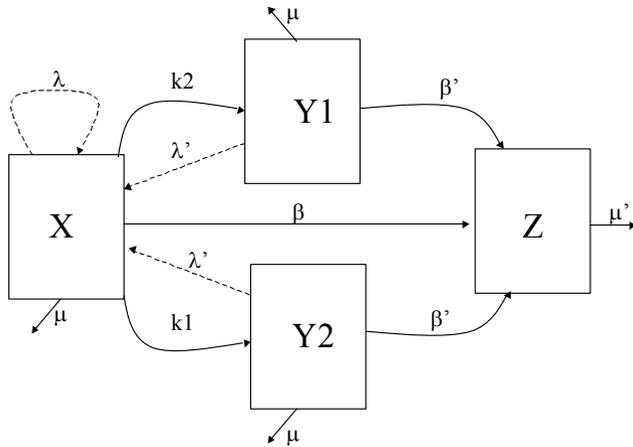
sera très proche de lui → on conserve les beaux individus → Possibilité de Minima Locaux

#### Mutation aléatoire

Aide à éviter les Minima Locaux



## Un cas d'étude simulée: Epidémie VIH-SIDA à Cuba. (H. de Arazoza)



$\lambda=0.5594$ ,  $\mu=0.0053$ ,  $\mu'=0.76$ ,  
 $\beta=1/b$  (con  $b=8.82$ ),  $\beta'=1/b'$  (con  $b'=7.41$ ),  
 $\lambda'=r/\lambda$  (con  $r=0.0482$ ),  $k_1=0.2161$ ,  $k_2=0.2322$ .

$X(0)=250$ ,  $Y_1(0)=26$ ,  
 $Y_2(0)=68$ ,  $Z(0)=3$

**400 valeurs sont obtenues  
(Il y a un changement dans les  
paramètres a partir de  
la mesure 200)**

**Z représente le nombre de personnes qui  
ont développé le SIDA**

**X représente le nombre de personnes qui  
portent le VIH mais qui ne sont pas connues**

**Y1 représente le nombre de personnes qui  
Portent le VIH et qui sont détectées**

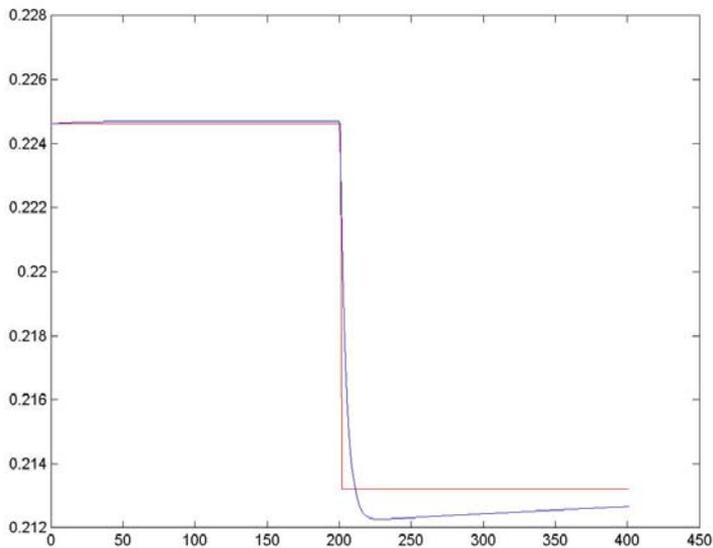
**Y2 représente le nombre de personnes qui  
portent le VIH et qui sont détectées par hasard**

# Résultats

## Estimation Paramétrique en temps réel

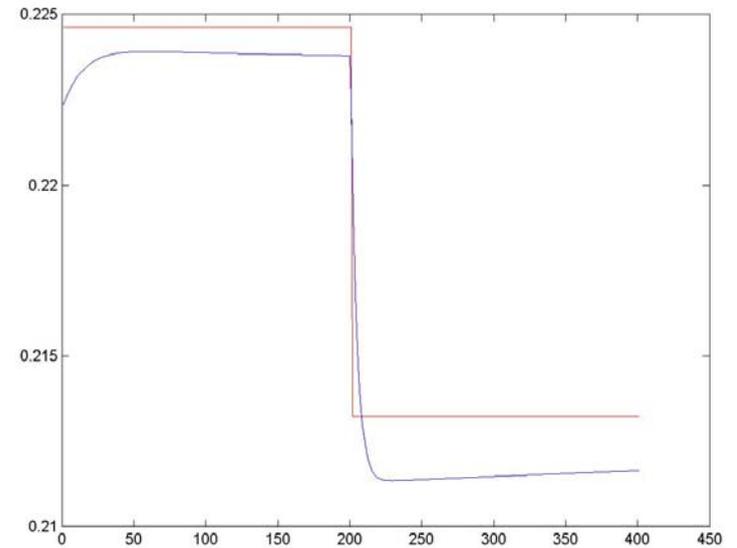
(M.A. Atencia, G. Joya, F.Sandoval)

### Estimation du paramètre ( $\lambda - k_1 - \beta - \mu$ )



**a**

**La valeur initiale est très proche de la valeur réelle**

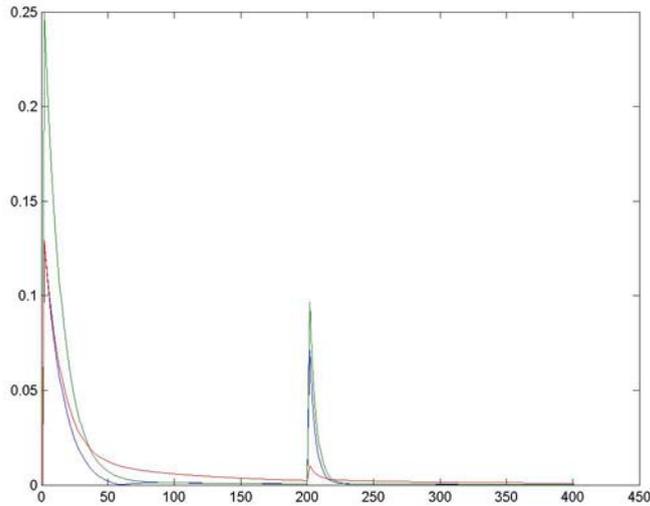


**b**

**La valeur initiale est un peu séparée de la valeur réelle**

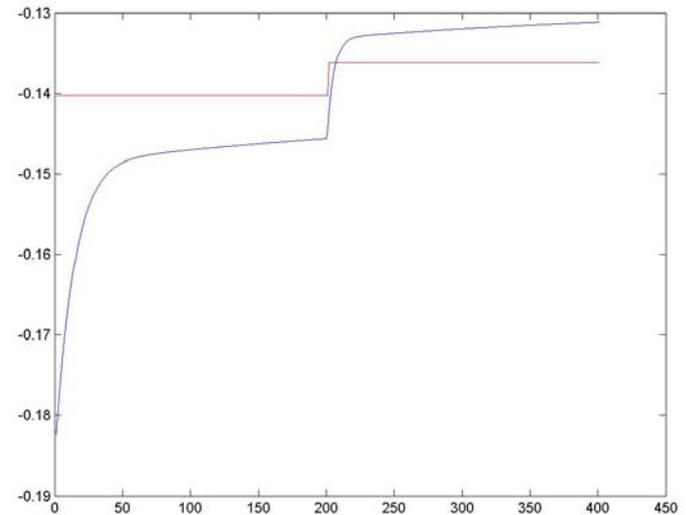
# Résultats

## Estimation Paramétrique en temps réel (M.A. Atencia, G. Joya, F.Sandoval)



**Erreur de prédiction pour  
les trois variables d'état  
(Valeurs absolues)**

## Estimation du paramètre $(-\mu-\beta')$

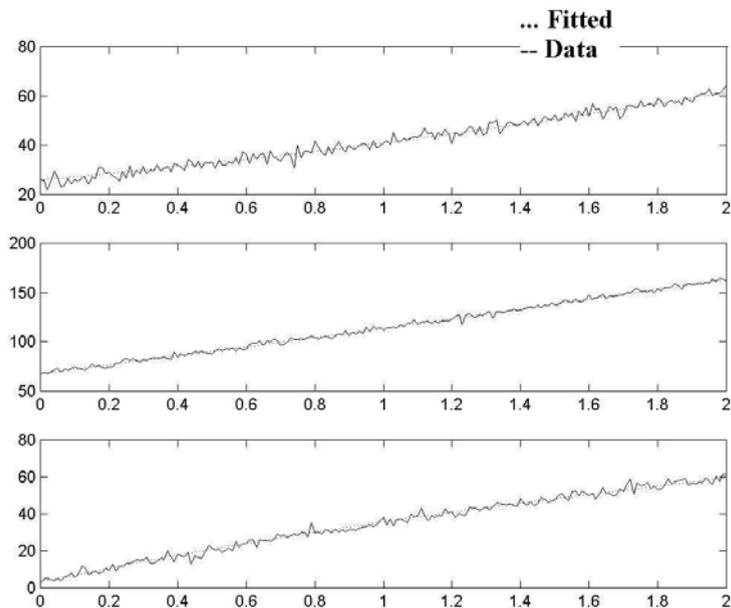


# Résultats

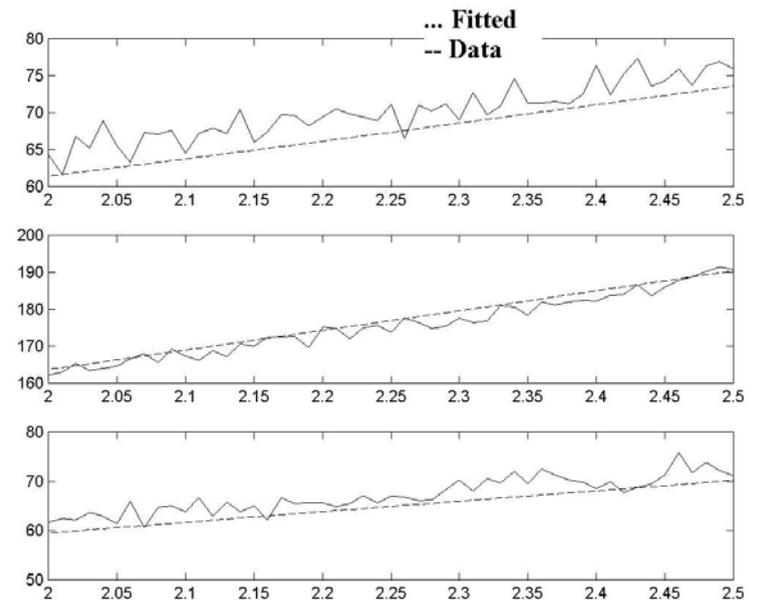
## Estimation Paramétrique hors temps réel (L.M. Pedroso-Rodriguez, A.A. Marrero, H. Arazoza)

Parametres réels et estimés								
	k1	k2	$\lambda'$	$\beta$	$\mu$	$\mu'$	$\beta'$	$\lambda$
P. Réels	0.2161	0.2322	0.0482	0.1134	0.0053	0.7600	0.1350	0.5594
P. Estimés	0.2073	0.2223	0.0490	0.1292	0.0013	0.8195	0.1158	0.5589

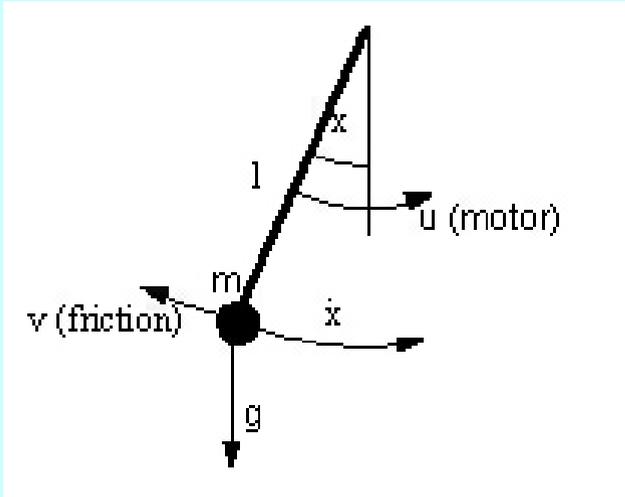
### Résultats de l'estimation des observations



### Résultats de la prédiction de nouvelles données

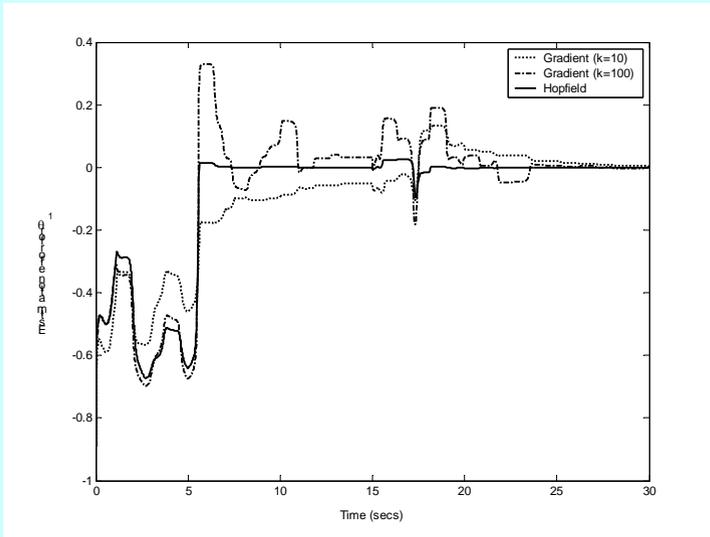


# Un autre exemple physique. Le pendule

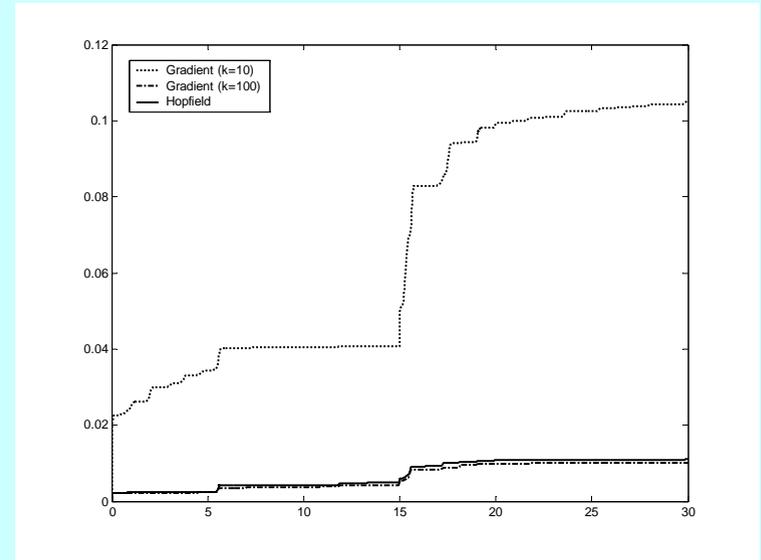


$$y = \ddot{x} = -\frac{g}{l} \sin x - \frac{v}{ml^2} \dot{x} + \frac{1}{ml^2} u$$

$$\theta = \left( -\frac{g}{l}, -\frac{v}{ml^2}, \frac{1}{ml^2} \right)^T \quad A = (\sin x, \dot{x}, u)$$



Erreur d'estimation pour  $\theta_1$



Intégrale del' erreur de prédiction

## Conclusions

**L'estimation des paramètres d'un système modélisé par des ODEs peut être considéré comme un problème d'optimisation**

**Il peut être abordé par des RNAs (Modèle d'Hopfield)  
et par des AGs**

**Le Modèle d'Hopfield permet une estimation en temps réel  
(Si les paramètres et sorties du système ne changent pas très vite)**

**Les Algorithmes Génétiques permettent une estimation hors temps réel  
(Plus appropriés pour processus avec un ensemble limite  
de mesures séparées en temps)**

**Un ensemble d'observations peut être estimé par  
différents vecteurs de paramètres.**

**(L'approximation des courbes du système peut être bonne,  
mais l'estimation de ses paramètres peut ne pas être bonne)**



## Conclusions

**Possibilité d'être appliquées à l'identification de systèmes non linéaires en les paramètres**



## Références

**Abe, S.** Global convergence and suppression of spurious states of the Hopfield neural networks, *IEEE Trans. On Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, Vol. 40, No. 4, pp. 246- 257, (1993).

**H. de Arazoza, R.A. Lounes**, A non-linear Model for a Sexually Transmitted disease with contact tracing, *IMA J. Math. Appl; Med. Biol.* 13, 1614 (2002)

**Atencia, M.A., Joya, G., Sandoval, F.**, Gray Box Identification with Hopfield Neural Networks, *Rev. Investigacion en Operaciones*, (accepté pour publication), (2002 )

**Atencia, M.A., Joya, G., Sandoval, F.**, , présenté au IWANN'2003

**Joya, G., Atencia, M.A., Sandoval, F.**, Hopfield neural networks for optimization: study of the different dynamics, *Neurocomputing*, Vol. 43, pp. 219-237, (2002)

**L.M. Pedroso-Rodriguez**, Aplicacion de Algoritmos Evolutivos a la Solucion del Problema de Parametros en Modelos Definidos por Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, Tesis de Diploma, Universidad de La Habana (Cuba) (2002)

**L.M. Pedroso-Rodriguez, A.A. Marrero, H. de Arazoza**, Nonlinear parametric model identification using genetic algorithms, présenté au IWANN2003. (2003)

